

2022 年第十二届 MathorCup 高校数学建模挑战赛题目

C 题 自动泊车问题

自动泊车是自动驾驶技术中落地最多的场景之一，自动泊车指在停车场内实现汽车的自动泊车入位过程，在停车空间有限的大城市，是一个比较实用的功能，减少了驾驶员将车辆驶入狭小空间的难度。图 1 为 Apollo D-Kit 车辆在开放露天停车位进行泊车的测试场景，无人车泊入路边一个平行停车位。

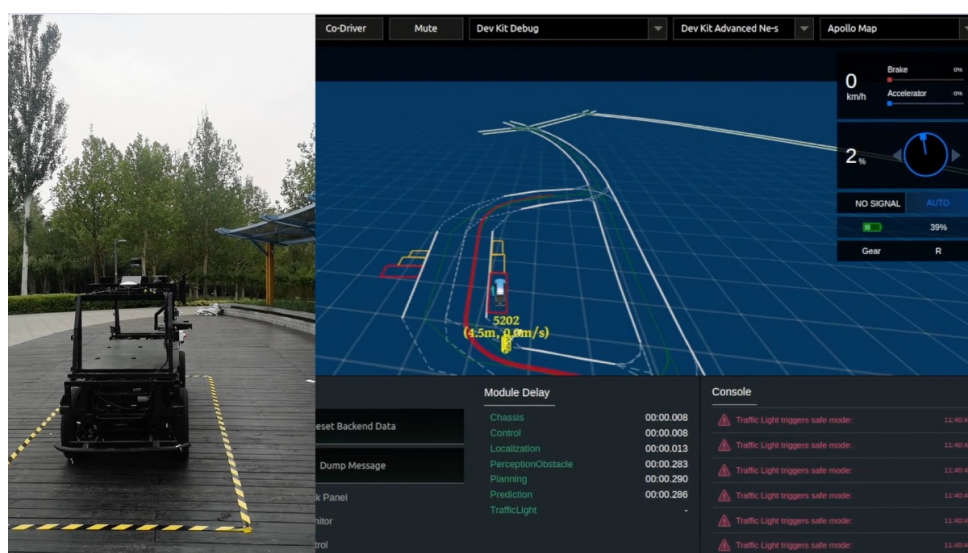


图 1 Apollo 泊车测试现场情景图

本研究以无人乘用车为例，实现在停车场中进行自动泊车的功能。无人车为阿克曼结构的乘用车，如图 2 所示，前轮转向后轮驱动；车身可以看作一个矩形，长4.9m，宽1.8m；车子轴距2.8m，轮间距为1.7m；最大油门加速度为 3.0 m/s^2 ，极限最大减速度为 -6.0 m/s^2 ，加加速度不超过 20.0 m/s^3 为宜；方向盘最大转角 470° ，方向盘与前轮转角的传动比为16:1（方向盘转动 16° ，前轮转动 1° ），方向盘最大转速为 $400^\circ/\text{s}$ 。

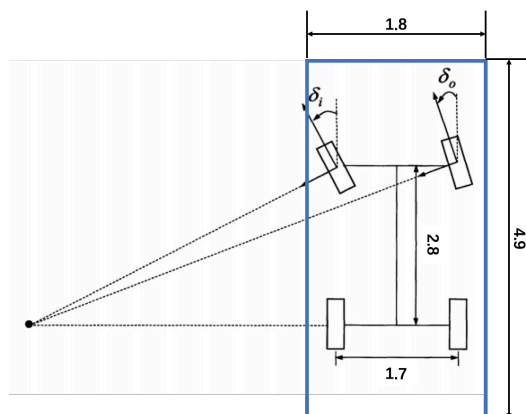


图 2 阿克曼车辆模型示意图

图 3 为某停车场平面图，无人车从初始位置出发，假设以初速度为零开始行驶，将车停在停车场中某一个车位上。停车位上如果没有其他车辆占用，或车位没有被锁，则无人车可停入。停车位有三种类型，分别为垂直停车位（停车方向垂直路面）、平行停车位（停车方向与路面平行）和倾斜停车位。图中用黄色斜线标识的为停车场中部分围墙，白色斜线区域为禁行区域，车辆不能与其产生冲突或碰撞，黄色横线区域为减速带。停车位中的箭头指示为车辆泊车完成后的车头朝向。地面上箭头指示了车辆应该行驶的方向，泊车过程中的倒车方向不予约束。在黄色减速带前后 5m，车辆行驶速度不超过10km/h。

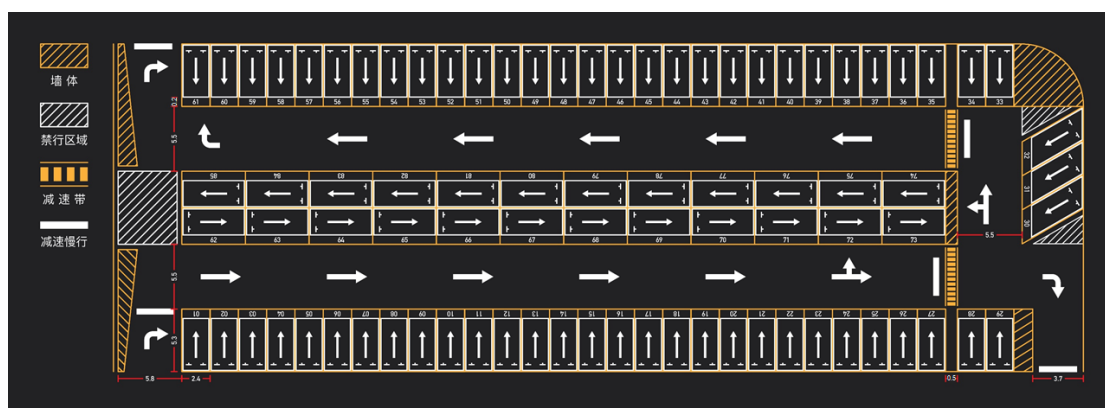


图 3 停车场平面图

无人车驶到指定位置（如入口处），如何识别出停车场中的最优目标停

车位，以及根据目标车位，如何快速到达并进行安全泊车是自动泊车过程的核心问题。泊车过程在保证安全的情况下，时间应尽可能短，前进车速不超过 20km/h，倒车车速不超过 10km/h，在减速带前后 5m 范围车速不超过 10km/h，轨迹和速度都尽可能平滑（满足最大加速度，最大减速度的约束，并最好满足最大加加速度的约束）。这里轨迹指的是车身中某一特定点的轨迹，即控制点；控制点是事先选定的，通常位于无人车车身对称轴（车身可以近似认为是左右轴对称的）上的一点，在行驶时，控制点的位置会与轨迹点相重合，控制点处的速度方向将与轨迹点的方向角一致，本研究假设控制点位于后轴中心上。请你们的参赛队，研究解决以下问题：

问题 1： 请根据给出的无人车模型的参数，计算车辆最小转弯半径。如果限制车辆最大加加速度为 20 m/s^3 ，无人车沿直线行驶时，最短需要多少距离能加速到最大限制速度 20km/h？当车速为 20km/h 时，无人车如果需要转弯，从沿直线行驶状态开始转弯，路径上的曲率相对路径长度的变化率大小有何限制？

问题 2： 如图 4 所示，无人车初始位置为车库入口，请建立无人车泊车的数学模型，并给出从初始位置到指定停车位的泊车轨迹，轨迹应包括每时刻无人车的行驶路径长度、车辆朝向、速度、加速度、加加速度、角速度、角加速度等，并给出可视化轨迹图。在这个过程中标注红色禁停的停车位都已经被占用，泊车过程中无人车不能与其发生冲突或碰撞。分别考虑三种不同的车位情况，10 号垂直停车位、82 号平行泊车位、31 号倾斜停车位（倾斜角为 45° ）。

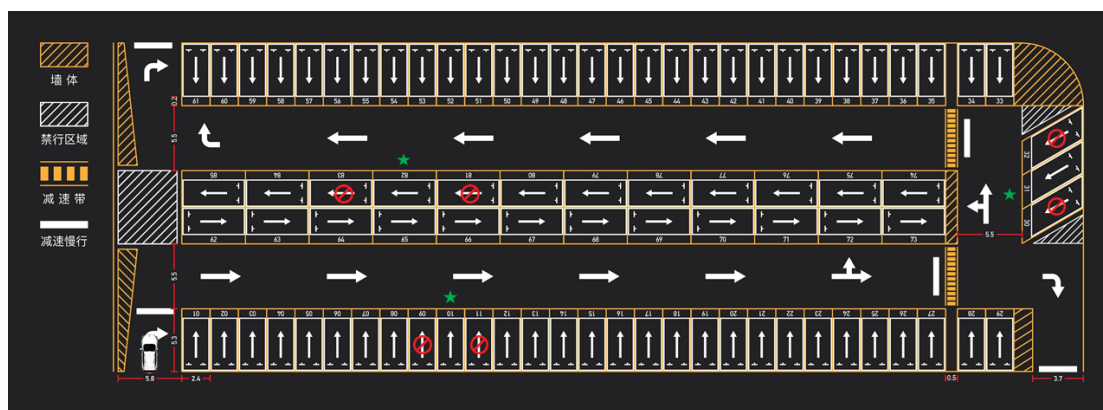


图 4 指定车位泊车场景示意图

问题 3: 无人车在如图 5 所示的初始位置上，请你们根据当前停车位的状况，建立泊车模型，计算出最优停车位，给出从当前位置到停车位的轨迹；标注红色禁停的停车位都已经被占用，泊车过程中无人车不能与其发生冲突或碰撞。在这个过程中，试建立通用模型，并考虑算法怎样设计能适应车库中任意停车位被占用的状况，并考虑这个过程算法复杂性。

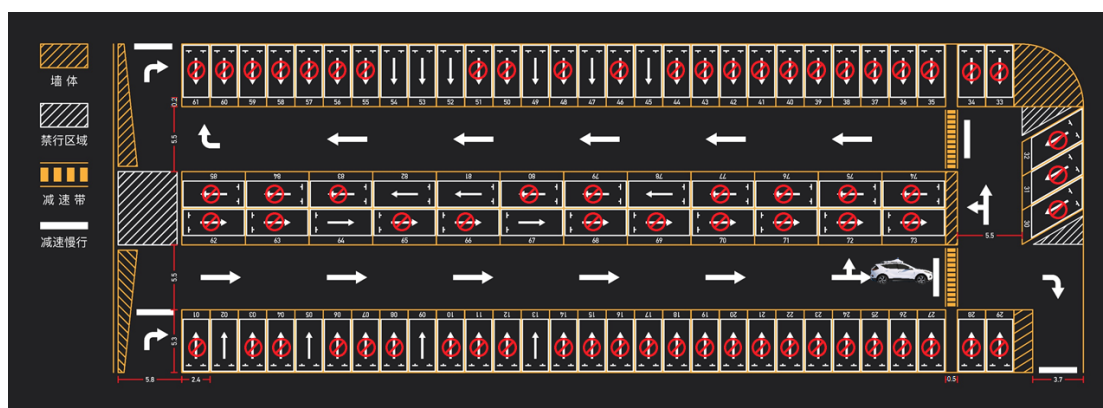


图 5 选择最优泊车路线示意图

问题 4: 以图 5 为初始状态，假设在当前状态下每小时内从入口进入和从出口离开停车场的车辆均为 30 辆，因车辆的进入和离开，导致停车位会被随机占用或释放。请你们为无人车建立泊车模型，并给出从当前位置到最优停车位的行驶轨迹的仿真结果。