

# 2022 年第五届全国大学生数学竞赛网络挑战赛

## 数学竞赛（非数学类）考试大纲

### 高等数学部分

- 1. 一元函数的极限与连续性**
  - (1) 函数的基本概念与操作。
  - (2) 数列极限与函数极限的定义及其性质。
  - (3) 无穷小、无穷大，高阶无穷大、高阶无穷小。
  - (4) 极限的基本性质。
  - (5) 函数的连续性，连续的局部性质、整体性质。
- 2. 一元函数微分学**
  - (1) 导数和微分的概念。
  - (2) 导数的基本性质。
  - (3) 复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法。
  - (4) 高阶导数。
  - (5) 中值定理。
  - (6) 洛必达 (L' Hospital) 法则。
  - (7) 微分学的应用 (求极值、凹凸性、曲率、函数画图等)。
  - (8) 不定积分的计算 (换元法、分部积分法、有理函数以及可化为有理函数的不定积分的算法)。
- 3. 一元函数积分学**
  - (1) 不定积分的基本性质、基本积分公式。
  - (2) 定积分的概念和基本性质。
  - (3) 定积分中值定理。
  - (4) 微积分学基本定理、牛顿-莱布尼茨 (Newton-Leibniz) 公式。
  - (5) 广义积分。
  - (6) 定积分的应用 (面积、弧长、体积、物理应用)。
- 4. 常微分方程**
  - (1) 常微分方程的基本概念。
  - (2) 分离变量法、齐次微分方程、一阶线性微分方程、可降阶的高阶微分方程。
  - (4) 线性微分方程解的性质及解的结构定理。
  - (5) 常系数齐次线性微分方程。
  - (6) 常系数非齐次线性微分方程。
  - (7) 欧拉方程。
  - (8) 微分方程的简单应用。
- 5. 向量代数和空间解析几何**
  - (1) 向量的概念与运算。
  - (2) 平面与直线。
  - (3) 曲面与曲线。

## 6. 多元函数微分学

- (1) 多元函数的概念。
- (2) 二元函数的极限和连续的概念，连续函数的局部性质、整体性质。
- (3) 微分，可微与可导的关系。
- (4) 链式法则、隐函数的求导。
- (5) 方向导数和梯度。
- (6) 高阶导数与泰勒公式。
- (7) 无约束的极值、条件极值。
- (8) 几何应用（切平面、法线等）

## 7. 多元函数积分学

- (1) 二重积分和三重积分的概念及性质。
- (2) 重积分的计算（重积分化累次积分、变量替换）。
- (3) 曲线积分的定义及计算。
- (4) 格林 (Green) 公式及其应用。
- (5) 曲面积分的定义及计算。。
- (5) 高斯 (Gauss) 公式、斯托克斯 (Stokes) 公式、散度和旋度的概念及计算。
- (6) 应用。

## 8. 无穷级数

- (1) 常数项级数的收敛与发散、级数的基本性质。
- (2) 正项级数收敛性的判别法、交错级数的莱布尼茨判别法。
- (3) 绝对收敛与条件收敛。
- (4) 函数项级数的基本概念。
- (5) 幂级数基本概念。
- (6) 幂级数的分析性质。
- (7) 幂级数展开。
- (8) 傅立叶级数初步。

## 线性代数部分

### 1. 行列式

- (1) 行列式的概念和基本性质。
- (2) 行列式按行（列）展开定理，行列式的计算。
- (3) 范德蒙德 (Vandermonde) 行列式，行列式的乘法规则。

### 2. 矩阵

(1) 矩阵的概念，单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称矩阵和反对称矩阵以及它们的性质。

(2) 矩阵的线性运算、矩阵乘法、矩阵转置以及它们的运算规律，方阵的乘方与方

阵乘积的行列式及其性质。

(3) 逆矩阵的概念与性质、矩阵可逆的充分必要条件，可逆矩阵与伴随矩阵的关系。

(4) 矩阵的初等变换、初等矩阵的性质、矩阵的等价、矩阵的秩，用初等变换求矩

阵的秩和求逆矩阵的方法。

(5) 分块矩阵及其运算.

### 3. 向量

(1)  $n$  维向量、向量的线性组合与线性表示.

(2) 向量组线性相关与线性无关的概念、性质及判别方法.

(3) 向量组的极大线性无关组和向量组的秩的概念, 求向量组的极大线性无关组, 求向量组的秩.

(4) 向量组的等价, 矩阵的秩与其行(列)向量组的秩之间的关系.

(5)  $n$  维向量空间、子空间、基底、维数、向量的坐标.

(6) 基变换与坐标变换, 过渡矩阵.

(7) 内积的概念, 线性无关向量组正交规范化的施密特(Schmidt)方法.

(8) 规范正交基、正交矩阵的概念与性质.

### 4. 线性方程组

(1) 求解线性方程组的克拉默(Cramer)法则.

(2) 齐次线性方程组有非零解的充分必要条件, 非齐次线性方程组有解的充分必要条件, 线性方程组解的性质和解的结构.

(3) 齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间, 求齐次线性方程组的基础解系和通解.

(4) 非齐次线性方程组解的结构及通解.

(5) 用初等行变换求解线性方程组.

### 5. 矩阵的特征值和特征向量

(1) 矩阵的特征值和特征向量的概念及性质, 求矩阵的特征值和特征向量.

(2) 相似矩阵的概念与性质, 矩阵可相似对角化的充分必要条件, 将矩阵化为相似对角矩阵的方法.

(3) 实对称矩阵的特征值和特征向量的性质.

### 6. 二次型

(1) 二次型及其矩阵表示, 二次型的秩, 合同变换与合同矩阵, 二次型的标准形与规范形, 惯性定理.

(2) 用正交变换与配方法化二次型为标准形.

(3) 正定二次型、正定矩阵及其判别法.