

2023 年第六届全国大学生数学竞赛网络挑战赛

数学竞赛（数学类）考试大纲

数学分析部分

一、集合与映射

二、何为实数

1. 实数的运算、序结构
2. 实数的完备性的等价刻画：确界原理，闭区间套定理，有限开覆盖定理，Bolzano-Weierstrass 聚点定理，致密性定理，数列极限 Cauchy 判则，数列的单调有界定理，介值定理

三、数列极限

1. 定义
2. 基本性质
3. 收敛性判则

四、一元函数极限

1. 函数极限的定义
2. 函数极限基本性质
3. 复合函数的极限
4. 两个重要的极限
5. 函数极限的存在性的判则
6. 无穷大量、无穷小量、有界量

五、一元连续函数

1. 连续的局部性质
2. 连续的整体性质

六、一元微分学

1. 求导的法则
2. 微分
3. Fermat 引理、Rolle 定理、Lagrange 中值定理、Cauchy 中值定理
4. L' Hospital 法则
5. 泰勒公式
6. 函数极值
7. 凹凸性
8. 函数作图

七、不定积分

1. 换元法、分部积分法
2. 有理函数不定积分、可化为有理函数的不定积分的不定积分

八、一元积分学

1. 积分的定义
2. 可积性判则
3. 可积函数类
4. 积分的基本性质
5. 积分的第一、第二中值定理
6. 微积分学基本定理、Newton-Leibniz 公式
7. 积分的应用（几何应用、物理应用等）

九. 反常积分

1. 反常积分的定义
2. 反常积分的收敛性判则

十. 数项级数

1. 基本定义
2. 收敛性判则
3. 绝对收敛与条件收敛

十一. 函数列与函数项级数

1. 一致收敛性及其判则
2. 极限函数、和函数的分析性质

十二. 幂级数

1. 收敛半径、幂级数的分析性质
2. Abel 第一、第二定理
3. Taylor 级数

十三. Fourier 级数

基本定义、Dini 条件与逐点收敛的性态

十四. 多元函数的极限与连续性

1. 欧氏拓扑基本概念（开集、闭集、极限点、闭包、内点外点边界点、紧性、道路连通性）
2. 多元函数的极限的定义
3. 多元函数连续性的定义
4. 向量值函数的极限与连续性
5. 极限、连续性的拓扑定义
6. 连续映射的整体性质（保持紧性、道路连通性、Cantor-Heine 定理）

十五. 多元函数微分学

1. 可微与可导
2. Jacobian 矩阵
3. 链式法则
4. 方向导数与梯度
5. 多元函数的 Taylor 公式
6. 隐函数定理、反函数定理

7. 条件极值
8. 欧氏空间中曲面（子流形）的定义、曲面的参数化

十六. 重积分

1. Jordan 可测集
2. 重积分的定义
3. 重积分化累次积分
4. 变量替换公式
5. 反常重积分

十七. 曲线积分

1. 第一型、第二型曲线积分的定义
2. 格林公式及其应用

十八. 曲面积分

1. 第一型曲面积分的定义
2. 曲面的定向、曲面的边界
3. 欧氏空间中开集上的微分形式
4. 第二型曲面积分的定义
5. 第一型曲面积分与第二型曲面积分之间的关系
6. Gauss 公式、Stokes 公式、场论初步

十九. 含参变量的积分

高等代数部分

1. 多项式

带余除法、最大公因式、多项式的互素；不可约多项式、因式分解定理、重因式、实系数与复系数多项式的因式分解，有理系数多项式不可约性的判定；多项式函数、多项式的根、有理系数多项式的有理根求法。

2. 行列式

行列式的定义、性质；行列式的余子式、代数余子式及展开定理；行列式的计算方法；克莱姆法则；行列式乘法。

3. 线性方程组

线性方程组的解法；

n 维向量组的线性相关性；线性方程组有解的判定定理；

线性方程组解法和解的结构和解空间。

4. 矩阵

矩阵的运算；初等变换与初等矩阵；可逆矩阵；分块矩阵；伴随矩阵；矩阵的秩；矩阵的等价、合同、相似、正交相似；矩阵的可对角化问题。

5. 二次型

二次型的标准形与合同变换；复数域与实数域上二次型的标准形、规范形；正定二次型、半正定二次型、负定二次型、半负定二次型及相应的矩阵类型。

6. 线性空间

线性空间的概念；基、维数与坐标；基变换与坐标变换；子空间及其交与和、直和；线性空间的同构。

7. 线性变换

线性映射与线性变换的概念、运算；线性变换的矩阵表示；线性变换（矩阵）的特征多项式、特征值与特征向量；线性变换的值域与核；不变子空间；最小多项式。

8. λ -矩阵

λ -矩阵在初等变换下的标准形；不变因子、矩阵相似的条件；初等因子、矩阵的若尔当标准形。

9. 欧氏空间

向量内积；正交基（组）、标准正交基（组）、Schmidt 正交化方法；度量矩阵；正交变换与正交矩阵；正交补；对称变换与实对称矩阵；实对称矩阵的正交对角化；最小二乘法。