

第三届全国大学生奥林匹克数学竞赛

(非数学类)

比赛纲要

一、一元函数的极限与连续性

1. 函数的基本概念、表示及性质。
2. 数列极限与函数极限的定义及其性质。
3. 无穷小、无穷大的概念及其关系，无穷大量与无穷小量、阶的比较。
4. 极限的基本性质。
5. 函数的连续性，连续的局部性质、整体性质。
6. 闭区间上连续函数的性质。

二、一元函数微分学

1. 导数和微分的概念及基本性质。
2. 复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法。
3. 高阶导数。
4. 微分中值定理，包括罗尔定理、拉格朗日中值定理、柯西中值定理和泰勒定理。
5. 洛必达(L' Hospital)法则。
6. 函数的极值、函数单调性、函数图形的凹凸性、拐点及渐近线等微分学的应用。
7. 函数最大值和最小值及其简单应用。

三、一元函数积分学

1. 不定积分的基本性质、基本积分公式。
2. 不定积分的计算。
3. 定积分的概念和基本性质。
4. 定积分的应用。
5. 微积分学基本定理、牛顿-莱布尼茨(Newton-Leibniz)公式、定积分中值定理。
6. 广义积分。

四、常微分方程

1. 常微分方程的基本概念。
2. 分离变数法、齐次微分方程、一阶线性微分方程、伯努利(Bernoulli)方程、可降阶的高阶微分方程。
3. 线性微分方程解的性质及解的结构定理。
4. 常系数齐次线性微分方程。
5. 常系数非齐次线性微分方程。
6. 欧拉方程。
7. 微分方程的简单应用。

五、向量代数和空间解析几何

1. 向量的概念与运算、向量的数量积和向量积、向量的混合积。
2. 曲面方程和空间曲线方程的概念、平面方程、直线方程。
3. 平面与平面、平面与直线、直线与直线的夹角以及平行、垂直的条件、点到平面和点到直线的距离。
4. 球面、母线平行于坐标轴的柱面、旋转轴为坐标轴的旋转曲面的方程、常用的二次曲面方程及其图形。
5. 空间曲线的参数方程和一般方程、空间曲线在坐标面上的投影曲线方程。

六、多元函数微分学

1. 多元函数的概念及其几何意义。
2. 二元函数的极限和连续的概念，连续函数的局部性质、整体性质。
3. 微分，可微与可导的关系。
4. 链式法则、隐函数的求导。
5. 方向导数和梯度。
6. 高阶导数与泰勒公式。
7. 无约束的极值、条件极值。
8. 几何应用。
9. 多元函数极值和条件极值、拉格朗日乘数法、多元函数的最大值、最小值及其简单应用。

七、多元函数积分学

1. 二重积分和三重积分的概念、性质及计算。
2. 重积分的计算。
3. 曲线积分的定义及计算。
4. 格林(Green) 公式及其应用。
5. 曲面积分的定义及计算。
6. 高斯(Gauss) 公式、斯托克斯(Stokes) 公式、散度和旋度的概念及计算。

八、 无穷级数

1. 常数项级数的收敛与发散、收敛级数的和、级数的基本性质与收敛的必要条件。
2. 正项级数收敛性的判别法、交错级数的莱布尼茨判别法。
3. 级数的绝对收敛与条件收敛。
4. 函数项级数的基本概念。
5. 幂级数基本概念。
6. 幂级数的分析性质。
7. 幂级数展开。
8. 函数的傅里叶(Fourier)系数与傅里叶级数、狄利克雷(Dirichlet)定理、函数在 $[-1, 1]$ 上的傅里叶级数、函数在 $[0, 1]$ 上的正弦级数和余弦级数。